¿Qué es una partícula?

Concepto cuántico de partícula en un espacio-tiempo curvo

Luis Cortés Barbado

Departamento de Astronomía Extragaláctica
Instituto de Astrofísica de Andalucía

Charla CCD del 30 de junio de 2010

Esquema

El oscilador armónico en mecánica cuántica

- Hamiltoniano

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

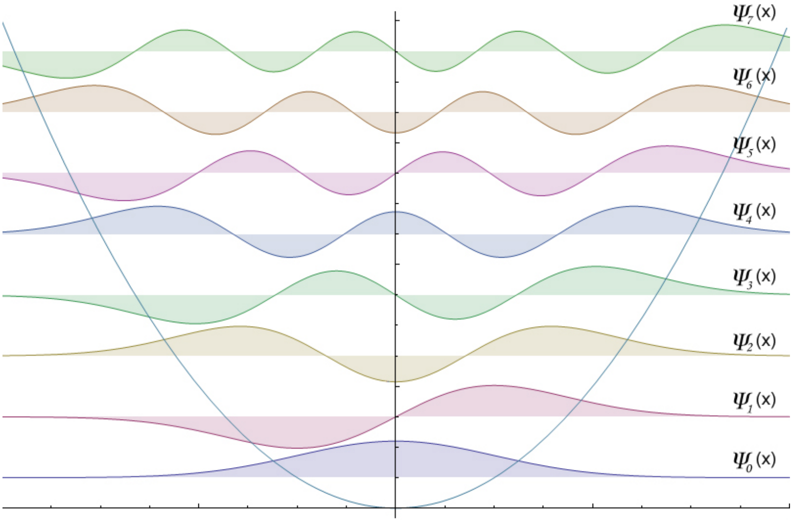
- Base de autoestados

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \ldots$$

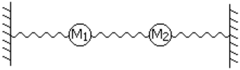
- Con operadores creación $a^\dagger$ y destrucción a
  - $$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a^\dagger + a), \quad p = \mathrm{i}\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}}(a^\dagger - a)$$
  - $$a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$$
- El operador número

$$N = a^\dagger a \quad \Rightarrow \quad N|n\rangle = n|n\rangle$$

Estados del oscilador armónico



Dos osciladores acoplados



- Estado

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

- Hamiltoniano

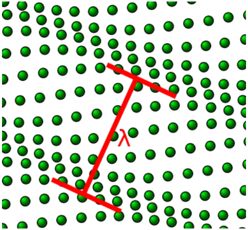
$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}$$

- Diagonalizando...

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix}$$

- Dos modos normales de vibración

Muchos osciladores. Paradigma: sólido cristalino



- Los osciladores son las moléculas de la red
- Los modos normales son los fonones (cuasipartículas)
- Si nos alejamos del tamaño de celda de la red, podemos prescindir de su naturaleza discreta

El campo cuántico

- Campo escalar clásico

$$\phi(t, \mathbf{x})$$

- Desarrollo en serie de Fourier

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) + a_{\mathbf{k}}^{\dagger} u_{\mathbf{k}}^{*}(t, \mathbf{x}) \right]$$

- Donde las $u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x})$ son los modos normales

$$u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) \propto \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \mathrm{i}\omega t}$$

- Cuantizamos: los coeficientes “clásicos” $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ y $a_{\mathbf{k}}$ pasan a ser operadores cuánticos de creación y destrucción
- ¡Pero estos operadores no son los a y $a^{\dagger}$ de los osciladores armónicos!
- ¿Qué se crea o se destruye? $\rightarrow$ Excitaciones de modos normales, es decir, **partículas**

El espacio de Fock

- Es el espacio de Hilbert de un campo cuántico
- Estado de vacío

$$|0\rangle$$

- Estados con partículas
  - Con una partícula de momento $\mathbf{k}$

$$a^\dagger_{\mathbf{k}}|0\rangle = |1_{\mathbf{k}}\rangle$$

  - Con una partícula de momento $\mathbf{k}$ y otra de $\mathbf{k}'$

$$a^\dagger_{\mathbf{k}'}|1_{\mathbf{k}}\rangle = |1_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle$$

  - Con dos partículas de momento $\mathbf{k}$ y una de $\mathbf{k}'$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} a^\dagger_{\mathbf{k}}|1_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle = |2_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle$$

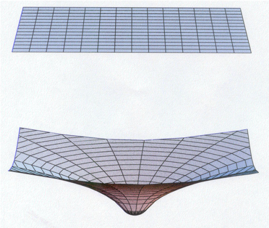
- Y el operador número

$$N_{\mathbf{k}} = a^\dagger_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} \quad \Rightarrow \quad N_{\mathbf{k}}|\ldots, n_{\mathbf{k}}, \ldots\rangle = n_{\mathbf{k}}|\ldots, n_{\mathbf{k}}, \ldots\rangle$$

¿Qué había implícito en la construcción?

- Los modos normales los hemos construido usando las coordenadas rectangulares (x, y, z, t)
- Esas coordenadas están ligadas a las simetrías del espacio-tiempo **plano** de Minkowski
- Estas simetrías constituyen el grupo de Poincaré (traslaciones, rotaciones y boosts) que relacionan entre sí a los observadores inerciales
- El vacío del espacio de Fock es invariante bajo el grupo de Poincaré

¿Y cuando curvamos el espacio-tiempo...?



- En general, no tenemos simetrías
- En general, no tenemos coordenadas “privilegiadas” con las que definir los modos normales
- La construcción anterior se torna ambigua
- Los observadores inerciales ahora son observadores en caída libre
- Para ciertos conjuntos de observadores con ciertas simetrías, se podrán hacer construcciones similares a la anterior
- Pero las construcciones variarán de un conjunto de observadores a otro

Sólo un par de cuentas...

- Un conjunto de observadores dice...
  ...el campo: $\phi(t,\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(t,\mathbf{x}) + a^{\dagger}_{\mathbf{k}} u^{*}_{\mathbf{k}}(t,\mathbf{x}) \right]$
  ...y nuestro vacío: $|0\rangle$
- Y otro les dice...
  ...pues el campo: $\phi(t,\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[\bar{a}_{\mathbf{k}} \bar{u}_{\mathbf{k}}(t,\mathbf{x}) + \bar{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}} \bar{u}^{*}_{\mathbf{k}}(t,\mathbf{x}) \right]$
  ...y nuestro vacío: $|\bar{0}\rangle$
- Alguien les traduce...

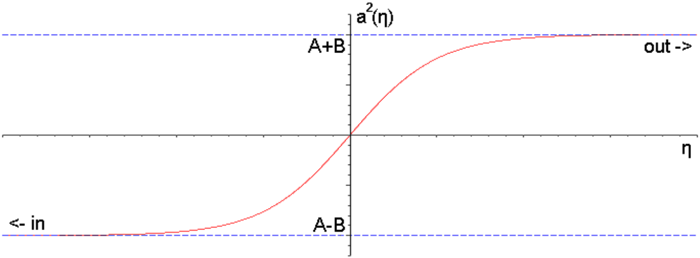
$$a_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} \left[\alpha_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}_{\mathbf{k}'} + \beta^{*}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}'} \right]$$

$$a^{\dagger}_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} \left[\beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}_{\mathbf{k}'} + \alpha^{*}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}^{\dagger}_{\mathbf{k}'} \right]$$

- Y entonces los primeros miden...

$$\langle \bar{0} | N_{\mathbf{k}} | \bar{0} \rangle = \langle \bar{0} | a^{\dagger}_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} | \bar{0} \rangle = \ldots = \sum_{\mathbf{k}'} |\beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 \neq 0$$

Creación cosmológica de partículas

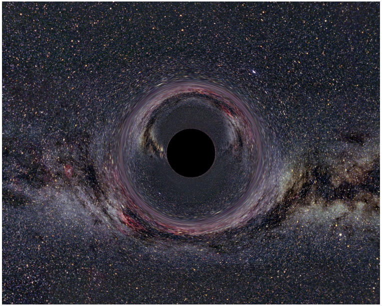


- Métrica de Robertson-Walker: $ds^2 = dt^2 - a^2(t)dx^2$
- Pasando a tiempo conforme... $ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - dx^2)$
- La métrica se denomina conforme a Minkowski
- Las regiones asintóticas pasada (in) y futura (out) son Minkowski

Creación cosmológica de partículas

- La variación en la métrica hace que el vacío $|0, \mathrm{in}\rangle$ y el $|0, \mathrm{out}\rangle$ sean distintos
- Si los observadores inerciales en el pasado no detectaban partículas, el estado es $|0, \mathrm{in}\rangle$
- Pero los del futuro sí detectan partículas en $|0, \mathrm{in}\rangle$
- La expansión cosmológica ha creado partículas

Formación de agujeros negros

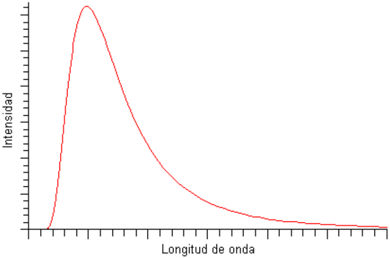


- Cuando la materia va colapsando en un agujero negro, curva el espacio-tiempo a su alrededor
- Eso provoca la generación de partículas: la **radiación Hawking**

Volviendo a Minkowski

- En su momento, dijimos que el vacío era el mismo para todos los observadores **inerciales**
- ¿Qué pasa con los observadores acelerados?
- Experimento (mental)
    - Proponemos un detector de partículas
    - Lo acoplamos con el campo (en estado de vacío)
    - Le imprimimos una aceleración constante a

Volviendo a Minkowski



- ...resultado: el detector se excita como si viera (en reposo) un baño térmico de partículas con temperatura $T = \hbar a/(2\pi ck)$
- Matiz: estas partículas son extrañas en cierto sentido
- Por ejemplo, no se detecta efecto Doppler
- Las excitaciones provienen de la energía suministrada para mantener la aceleración

...y gravedad es aceleración (o casi)

- Cálculos *"a la Newton"*
  - Un agujero negro (de Schwarzschild) de masa M
  - Aceleración de la gravedad, $g = GM/r^2$
  - En el horizonte de sucesos ($r = 2GM/c^2$), $g = c^4/(4GM)$
  - Temperatura de la radiación, $T = \hbar g/(2\pi ck) = \hbar c^3/(8\pi GMk)$
- Esta es la temperatura de la radiación Hawking. Es la verdadera radiación que evapora al agujero negro

¿Qué ves cuando te caes a un agujero negro?

- Cálculo de la radiación Hawking para distintos observadores en un agujero negro
- Hipótesis de trabajo
  - Agujero negro de Schwarzschild (esférico y estático)
  - $1+1$ dimensiones (eliminamos el back-scattering)
  - Campo escalar (Klein-Gordon) real
- Observadores
  - En caída libre desde el infinito
  - A una distancia fija
  - En caída libre desde una distancia fija
- Futuros cálculos
  - Propuesta de interacción del observador con la radiación
  - Integración de la trayectoria

Eso es todo

GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN